

Mecánica de los Fluidos

① Una piscina tiene las sig. dimensiones: $30\text{ m} \times 10\text{ m} \times 3\text{ m}$.
Cuándo se llena con agua:

a) ¿cuál es la fuerza sobre el fondo?

$$p = \frac{F}{\text{Área}} \rightarrow F = \text{Presión} \cdot \text{Área}$$

$$1 \text{ atm} = 1013 \text{ hPa} = 101300 \text{ Pa} = 101300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$Pa = \frac{1 \text{ N}}{\text{m}^2}$$

$$p = p_0 + \rho g h = 101300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot 3 \text{ m} =$$
$$= 101300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 30.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{seg}^2} = 131300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = p$$

$$F = p \cdot A = 131300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 30 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 39390000 \text{ N} \rightarrow \boxed{F = 3,94 \times 10^7 \text{ N}}$$

b) ¿cuál es la fuerza sobre los lados?

$$F_{\text{laterales}} = p_{\text{media}} \cdot \text{Área lados} = (p_{\text{atm}} + \rho g h_{\text{media}}) \cdot 3 \text{ m} \times (30 \text{ m} + 10 \text{ m} + 30 \text{ m} + 10 \text{ m}) =$$
$$= \left(101300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot 1,5 \text{ m} \right) 3 \text{ m} \times 80 \text{ m} =$$
$$= 116300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 240 \text{ m}^2 = 27912000 \text{ N} \rightarrow \boxed{F_{\text{laterales}} = 2,79 \times 10^7 \text{ N}}$$

$$F_{\text{pared } 10 \text{ m}} = p_{\text{media}} \cdot A_{10 \text{ m}} = \left(101300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \cdot 1,5 \text{ m} \right) 10 \text{ m} \times 3 \text{ m} =$$
$$= 116300 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 30 \text{ m}^2 = 3489000 \text{ N}$$

$$\boxed{F_{\text{pared } 10 \text{ m}} = 3,49 \times 10^6 \text{ N}}$$

② Un tubo en U simple contiene mercurio. Cuando en la rama de la derecha se vierten 13,6 cm de agua: ¿a qué altura se eleva el nivel de mercurio en el brazo izquierdo respecto de su nivel inicial?

inicial agua final $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$

$P_1 = P_2$

$1 \text{ atm} + \rho_{\text{Hg}} g h_1 = 1 \text{ atm} + \rho_{\text{H}_2\text{O}} g h_2$

$h_1 = \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}} g h_2}{\rho_{\text{Hg}} g} = \frac{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 13.6 \text{ cm}}{13600 \text{ kg/m}^3} = 1 \text{ cm}$

De la altura inicial, lo que baje en el brazo derecho, sube en el izquierdo $\rightarrow \Delta h = \frac{h_1}{2}$

$h_1 = 1 \text{ cm} \rightarrow \Delta h = 0.5 \text{ cm}$

③ Dos recipientes cilíndricos idénticos con sus bases en el mismo nivel contienen ambos un líquido de densidad ρ . El área en ambas bases es A , pero en uno la altura del líquido es h_1 y en el otro es h_2 . En contar el trabajo realizado por la gravedad para igualar los niveles cuando ambos recipientes se conectan.

inicial final

$\Delta h = \frac{h_1 - h_2}{2}$

$M = \rho \cdot \text{Vol}$

$\text{Vol} = A \cdot \Delta h$

$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$

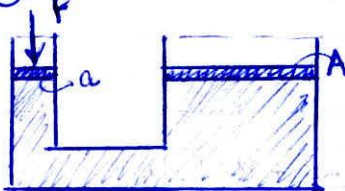
$W = \vec{F} \Delta h$

$W = M g \Delta h$

$W = \rho \text{Vol} \cdot g \Delta h = \rho A \Delta h g \Delta h$

$W = \rho A \Delta h^2 g = \rho A \left(\frac{h_1 - h_2}{2}\right)^2 g \rightarrow W = \frac{1}{4} \rho g A (h_1 - h_2)^2$

④ Un pistón de pequeña área de sección recta 'a' se usa en una prensa hidráulica para ejercer una fuerza sobre el líquido encerrado en ella. Una tubería lo conecta con un pistón de área mayor A de sección recta.



a) ¿qué fuerza F se ejerce sobre el pistón grande?

$p_a = p_A \rightarrow \frac{f}{a} = \frac{F}{A} \rightarrow F = \frac{f \cdot A}{a} \rightarrow f = \frac{F a}{A}$

b) Si el pistón pequeño tiene un diámetro de 2.5 cm y el pistón grande tiene uno de 60 cm, ¿qué fuerza sobre el pistón pequeño hará que el pistón grande soporte 2 toneladas?

$a = \pi \cdot (2.5 \text{ cm})^2 = 6.25 \pi \text{ cm}^2$

$A = \pi \cdot (30 \text{ cm})^2 = 900 \pi \text{ cm}^2$

$f = \frac{F \cdot a}{A} = \frac{2000 \text{ kgf} \cdot 6.25 \pi \text{ cm}^2}{900 \pi \text{ cm}^2} = 13.89 \text{ kgf} = F$

c) ¿qué altura se eleva el pistón A, si el a desciende 20 cm?

$$Vol_0 = \pi r^2 h_a + \pi R^2 h_A$$

$$Vol_f = \pi r^2 (h_a - 30\text{cm}) + \pi R^2 (h_A + \Delta h_A)$$

$$\bullet Vol_0 = Vol_f \rightarrow \pi r^2 h_a + \pi R^2 h_A = \pi r^2 (h_a - 30\text{cm}) + \pi R^2 (h_A + \Delta h_A)$$

$$r^2 h_a - r^2 (h_a - 30\text{cm}) = R^2 (h_A + \Delta h_A) - R^2 h_A$$

$$(h_a - h_a + 30\text{cm}) r^2 = R^2 (h_A + \Delta h_A - h_A)$$

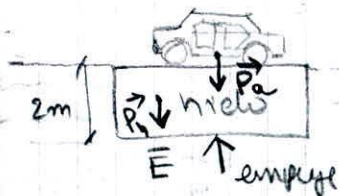
$$\frac{30\text{cm} r^2}{R^2} = \Delta h_A = \frac{30\text{cm} \cdot 2,5\text{cm}^2}{30^2\text{cm}^2} = 0,208\text{cm}$$

$$\boxed{\Delta h_A = 0,21\text{cm}}$$

5) ¿Cuál es el área mínima de un bloque de hielo flotando en el agua para poder sustentar a un automóvil que pese 1200 kgf? El bloque tiene una altura de 2 m ($\rho_{\text{hielo}} = 0,9\text{gf/cm}^3$)

$$\delta_{\text{hielo}} = \frac{0,9\text{gf}}{\text{cm}^3} = \frac{1000 \cdot 0,0009\text{gf}}{1000000\text{cm}^3} = \frac{900\text{kgf}}{\text{m}^3} = \boxed{9000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} = \delta_{\text{hielo}}}$$

Como el área es mínima \rightarrow empuje del hielo tiene que ser máximo



$$\boxed{P_a = 12000\text{N}}$$

$$P_H = Vol_{\text{hielo}} \cdot \delta_{\text{hielo}} \cdot g = \text{Área mín.} \cdot h \cdot g \cdot \delta_{\text{hielo}} = \text{Área mín.} \cdot 2\text{m} \cdot \frac{1000}{\text{m}^3} \cdot \frac{900\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\boxed{P_H = \text{Área mín.} \cdot 18000 \text{N/m}^2}$$

$$E = Vol_{\text{agua desal.}} \cdot \delta_{\text{H}_2\text{O}} \cdot h \cdot g = \text{Área mín.} \cdot 2\text{m} \cdot g \cdot \frac{1000\text{kgf}}{\text{m}^3} = \boxed{\text{Área mín.} \cdot 20000 \text{N/m}^2 = E}$$

$$P_a + P_H = E$$

$$12000\text{N} + \text{Área mín.} \cdot 18000 \text{N/m}^2 = \text{Área mín.} \cdot 20000 \text{N/m}^2$$

$$12000\text{N} = \text{Área mín.} (20000 \text{N/m}^2 - 18000 \text{N/m}^2)$$

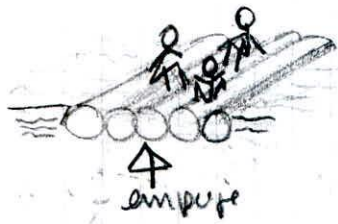
$$\frac{12000\text{N}}{2000 \text{N/m}^2} = \text{Área mín.}$$

$$\boxed{6\text{m}^2 = \text{Área mín.}}$$

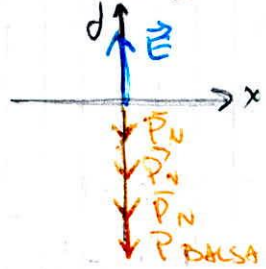
close

6) Tres niños, cada uno de los cuales pesa 40 kgf, fabrican una balsa usando troncos de diámetro $D=30\text{ cm}$ y de longitud $L=1,8\text{ m}$ cada uno. ¿Cuántos troncos serán necesarios como mínimo para mantenerla a flote?

$\rho_{\text{madera}} = 0,8\text{ g/cm}^3 = 800\text{ kg/m}^3$ $r = 15\text{ cm} = 0,15\text{ m}$



$P_{\text{NIÑOS}} = 400\text{ N}$



$P_{\text{TRONCOS}} = \text{Vol} \cdot g \cdot \rho = \pi (0,15\text{ m})^2 \cdot 1,8\text{ m} \cdot 10\text{ m} \cdot 800\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 324\pi\text{ N} = P_{\text{TRONCOS}}$

$\sum F_y = 0\text{ N}$

$E = P_N + P_N + P_N + P_{\text{BALSA}} = 3P_N + m P_{\text{TRONCOS}} = 3 \cdot 400\text{ N} + m \cdot 324\pi\text{ N} = E$ ①

$E = \text{Vol}_{\text{liq. desplazado}} \cdot g \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} = m \cdot \pi (0,15\text{ m})^2 \cdot 1,8\text{ m} \cdot 10\text{ m} \cdot 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = m \cdot 405\pi\text{ N} = E$ ②

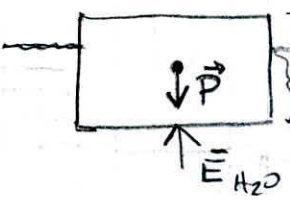
① = ② : $1200\text{ N} + m \cdot 324\pi\text{ N} = m \cdot 405\pi\text{ N}$

$1200\text{ N} = m \pi (405 - 324)\text{ N} \rightarrow m = 4,71 \rightarrow m \geq 5$ min = 5

7) Un bloque de madera flota en el agua con $\frac{2}{3}$ de su volumen sumergido. En aceite, tiene $\frac{9}{10}$ de su volumen sumergido. Hallar:

a) la densidad de la madera

$P_{\text{mod}} = \text{Vol} \cdot g \cdot \rho_{\text{mod}}$



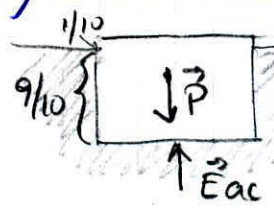
$E_{\text{H}_2\text{O}} = \text{Vol}_{\text{liq. desplazado}} \cdot g \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{2}{3} \text{Vol} \cdot g \cdot 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = E_{\text{H}_2\text{O}}$

$\sum F_y = 0 \rightarrow P = E_{\text{H}_2\text{O}}$

$\text{Vol} \cdot g \cdot \rho_{\text{mod}} = \frac{2}{3} \text{Vol} \cdot g \cdot 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\rho_{\text{mod}} = 666,68\text{ kg/m}^3$

b) la densidad del aceite



$E_{\text{ac}} = \text{Vol}_{\text{liq. desal.}} \cdot g \cdot \rho_{\text{aceite}} = \frac{9}{10} \text{Vol} \cdot g \cdot \rho_{\text{aceite}} = E_{\text{ac}}$

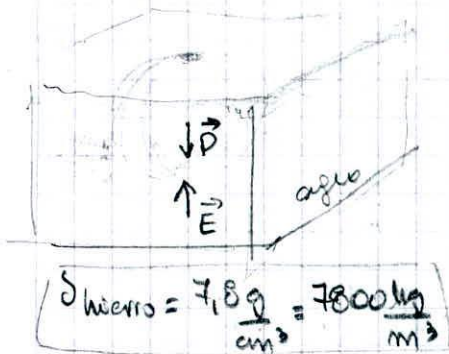
$P = E_{\text{ac}} \rightarrow \text{Vol} \cdot g \cdot \rho_{\text{mod}} = \frac{9}{10} \text{Vol} \cdot g \cdot \rho_{\text{aceite}}$

$\frac{666,68}{9} \cdot 10 = \rho_{\text{aceite}} = 740\text{ kg/m}^3$

$$Q = N \cdot \text{área}$$

Dinám. Fluidos

8) Una esfera hueca de hierro flota casi completamente sumergida en el agua. Si el diámetro exterior es de 0,6 m y la densidad del hierro es $7,8 \text{ g/cm}^3$, hallar el radio interior.



$$P = E$$

$$D = 0,6 \text{ m} \rightarrow r = 0,3 \text{ m}$$

$$E = \text{Vol}_{\text{despl.}} \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g = \frac{4 \pi (0,3 \text{ m})^3}{3} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot g$$

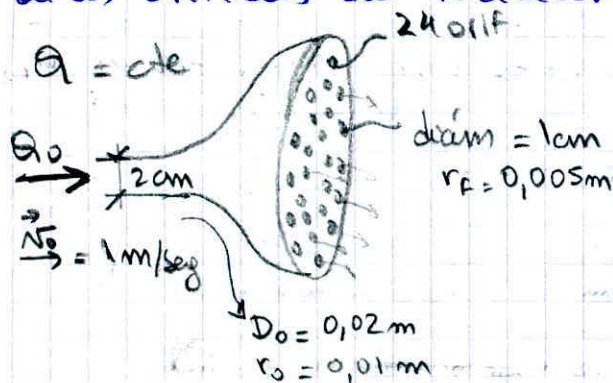
$$E = 36 \pi \text{ g kg} \quad (1)$$

$$P = \text{Vol}_{\text{esf.}} \cdot \rho_{\text{g}} = \left[\frac{4 \pi (r_{\text{ext}})^3}{3} - \frac{4 \pi (r_{\text{int}})^3}{3} \right] \cdot \rho_{\text{hierro}} \cdot g = \frac{4 \pi}{3} [(r_{\text{ext}})^3 - (r_{\text{int}})^3] \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot g = P \quad (2)$$

$$P = E \quad (2) = (1) \quad 36 \pi \text{ g kg} = \frac{4 \pi}{3} [(0,3 \text{ m})^3 - (r_{\text{int}})^3] \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot g$$

$$\frac{3 \times 36}{4 \times 7800} \text{ m}^3 = 0,3^3 \text{ m}^3 - (r_{\text{int}})^3 \rightarrow \boxed{r_{\text{int}} = 0,287 \text{ m}}$$

9) Una manguera de jardín que tiene un diámetro interno de 2 cm, se conecta a un rociador de césped que consiste simplemente en un recipiente con 24 orificios circulares, cada uno de los cuales tiene 1 cm de diámetro. Si el agua en la manguera tiene una velocidad de 1 m/seg ¿ con qué velocidad sale de los orificios del rociador?



$$Q = A \cdot v$$

$$Q_0 = Q_f$$

$$Q_{\text{manguera}} = Q_{\text{orif.}} \times 24$$

$$N_0 \cdot \text{área}_0 = N_f \cdot \text{área}_f \cdot 24$$

$$\frac{1 \text{ m}}{\text{seg}} \cdot \pi \cdot (0,01 \text{ m})^2 = N_f \cdot 24 \cdot \pi \cdot (0,005 \text{ m})^2$$

$$\frac{1}{6} \frac{\text{m}}{\text{seg}} = \boxed{N_f = 0,166 \text{ m/seg}}$$

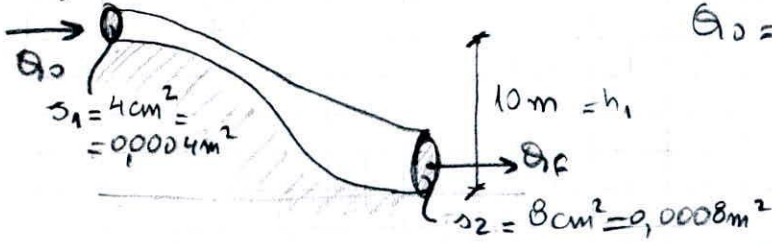
⑩ Por una tubería curva agua con una velocidad de 5 m/seg a través de una sección recta de 4 cm². El agua desciende gradualmente 10 m, mientras la tubería se ensancha hasta aumentar su área a 8 cm².

a) ¿Cuál es el caudal y la velocidad del líquido en el nivel inferior?

$$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$$

$$N_0 = 5 \text{ m/seg}$$



$$Q_0 = Q_f \rightarrow A_1 N_0 = A_2 N_f$$

$$0,0004 \text{ m}^2 \frac{5 \text{ m}}{\text{seg}} = 0,0008 \text{ m}^2 N_f$$

$$N_f = 2,5 \text{ m/seg}$$

$$Q_0 = Q_f = A_1 N_0 = 0,0004 \text{ m}^2 \cdot 5 \text{ m/seg} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{seg} = Q$$

b) Si la presión en el nivel superior es de $1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ¿cuál es la presión en el nivel inferior?

$$P_i + \frac{1}{2} \rho_{H_2O} N_0^2 + \rho g h_1 = P_f + \frac{1}{2} \rho_{H_2O} N_f^2 + \rho g h_f$$

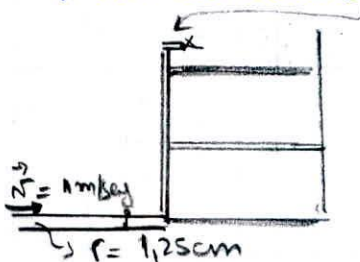
$$1,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + \frac{1}{2} \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{5 \text{ m}}{\text{seg}} \right)^2 + 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \cdot 10 \text{ m} = P_f + \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{2,5 \text{ m}}{\text{seg}} \right)^2$$

$$P_a = \frac{N}{\text{m}^2}$$

$$262500 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = P_f + 3125 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \rightarrow P_f = 259.375 \text{ Pa}$$

⑪ Una tubería de agua que tiene 2,5 cm de diámetro interior lleva agua hasta la base de una casa con velocidad de 1 m/seg a una presión de 2 kgf/cm². Si la tubería reduce su sección a un diámetro de 1 cm y se eleva hasta el segundo piso a 8 m por encima del punto de llegada, ¿cuáles son:

a) la velocidad



$$r_{\text{final}} = 0,005 \text{ m}, h_f = 8 \text{ m}$$

Se mantiene el caudal

$$A_1 N_0 = A_2 N_f \rightarrow N_f = \frac{A_1 N_0}{A_2}$$

$$N_f = \frac{A_1 N_0}{A_2} = \frac{\pi (0,0125 \text{ m})^2 \cdot 1 \text{ m}}{\pi (0,005 \text{ m})^2 \text{ seg}}$$

$$A_1 = \pi (0,0125 \text{ m})^2$$

$$A_2 = \pi (0,005 \text{ m})^2$$

$$N_f = 6,25 \text{ m/seg}$$

$$P_0 = 2 \text{ kgf/cm}^2 = \frac{2 \text{ kgf}}{0,0001 \text{ m}^2} \Rightarrow P_0 = 20000 \text{ kgf/m}^2$$

$$\rightarrow P_0 = 200.000 \text{ N/m}^2 \text{ Pa}$$

b) la presión del agua en ese punto

$$\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 100000 \text{ Pa}$$

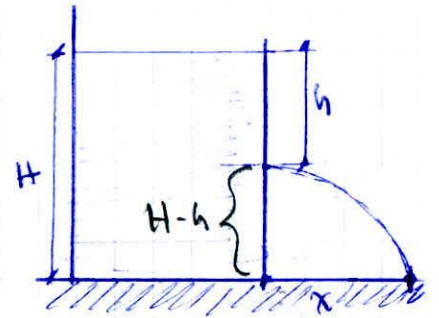
$$P_0 + \frac{1}{2} \rho_{H_2O} N_0^2 + \rho_{H_2O} g h_0 = P_f + \frac{1}{2} \rho_{H_2O} N_f^2 + \rho_{H_2O} g h_f$$

$$200.000 \text{ Pa} + 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{\text{seg}} \right)^2 = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(\frac{6,25 \text{ m}}{\text{seg}} \right)^2 + 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \cdot 8 \text{ m} + P_f$$

$$200.000 \text{ Pa} + 500 \text{ Pa} - 19531,25 \text{ Pa} - 80000 \text{ Pa} = P_f$$

$$P_f = 100969 \text{ Pa} = 1 \text{ kgf/cm}^2$$

12) Un depósito está lleno con agua hasta una altura H . Se practica un orificio en una de las paredes a una profundidad h por debajo de la superficie del agua.



a) Demostrar que la distancia x desde el pie de la pared hasta el punto en el cual la corriente choca con el suelo está dada por:

$$x = 2\sqrt{h(H-h)}$$

$$x(t) = v_{\text{salida}} \cdot t$$

$$y(t) = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow y(t_f) = H-h = \frac{1}{2} g t_f^2$$

$$\rightarrow t_f = \sqrt{\frac{(H-h) \cdot 2}{g}}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$v = at$$

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_0^2 + \rho_{H_2O} g h_0 = p_f + \frac{1}{2} \rho_{H_2O} v_f^2 + \rho_{H_2O} g h_f$$

$$1 \text{ atm} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot g \cdot H = 1 \text{ atm} + \frac{1}{2} 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} v_f^2 + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot g (H-h)$$

$$1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} g H = \frac{1}{2} 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} v_f^2 + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} g (H-h)$$

$$gH - g(H-h) = \frac{v_f^2}{2} \rightarrow gH - gH + gh = \frac{v_f^2}{2} \rightarrow \boxed{v_f = \sqrt{2gh}} \quad (v_{\text{salida}})$$

$$x = x(t_f) = v_f t_f \rightarrow x = \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{\frac{(H-h) \cdot 2}{g}} = \sqrt{\frac{4gh(H-h)}{g}} \rightarrow \boxed{x = 2\sqrt{h(H-h)}}$$

b) ¿podría abrirse otro orificio a otra profundidad de manera que el chorro emergente de este orificio tenga el mismo alcance?
Si es así, ¿cuál debería ser su profundidad?

llamo h' a esa altura que quiero hallar, que da un alcance x'

$$x = x' \rightarrow 2\sqrt{h(H-h)} = 2\sqrt{h'(H-h')} \rightarrow h(H-h) = h'(H-h')$$

$$h(H-h) = h'H - (h')^2 \rightarrow (h')^2 - h'H + h(H-h) = 0$$

$$\rightarrow h'_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{H \pm \sqrt{H^2 - 4h(H-h)}}{2} = \frac{H \pm \sqrt{H^2 - 4hH + 4h^2}}{2}$$

$$= \frac{H \pm \sqrt{(H-2h)^2}}{2} = \frac{H \pm (H-2h)}{2} \rightarrow \begin{cases} h'_1 = \frac{H+H-2h}{2} = \boxed{H-h = h'_1} \checkmark \\ h'_2 = \frac{H-H+2h}{2} = h = h'_2 \end{cases}$$

13) Un medidor de Venturi tiene un diámetro en su tubería de 25 cm y el diámetro de estrangulación es de 7,5 cm. Si la presión del agua en la tubería es de 1 kgf/cm² y en la estrangulación es de 0,7 kgf/cm², determinar el caudal volumétrico del agua.

inicial

$$D_0 = 25 \text{ cm} \rightarrow r_0 = 0,125 \text{ m}$$

$$p_0 = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{1 \text{ kgf}}{0,0001 \text{ m}^2} = 10.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \rightarrow p_0 = 100.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 100.000 \text{ Pa}$$

$$A_1 = \pi \cdot r_0^2 = 0,049 \text{ m}^2 = A_1$$

$$D_F = 7,5 \text{ cm} \Rightarrow r_F = 0,0375 \text{ m}$$

$$p_F = 0,7 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{0,7 \text{ kgf}}{0,0001 \text{ m}^2} = 7.000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \rightarrow p_F = 70.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 70.000 \text{ Pa}$$

$$Q = cte \rightarrow A_1 v_0 = A_2 v_F$$

$$v_0 = \frac{A_2 v_F}{A_1} = \frac{\pi \cdot (0,0375 \text{ m})^2 v_F}{\pi (0,125 \text{ m})^2} \rightarrow v_0 = 0,09 v_F$$

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g h = p_F + \frac{1}{2} \rho v_F^2 + \rho g h$$

$$100.000 \text{ Pa} + 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0,09 v_F)^2 = 70.000 \text{ Pa} + 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} v_F^2$$

$$30.000 \text{ Pa} = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (v_F^2 - 0,09^2 v_F^2)$$

$$\frac{30.000 \text{ Pa}}{500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,9919 v_F^2$$

$$60,49 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2} = v_F^2 \rightarrow v_F = 7,78 \text{ m/seg}$$

$$Q = A_2 v_F = \pi (0,0375 \text{ m})^2 \cdot 7,78 \text{ m/seg} = 0,0343 \text{ m}^3/\text{seg} = Q$$

14) La superficie superior del agua en un depósito está a una altura H por encima del nivel del suelo.

a) ¿A qué profundidad h puede hacerse un pequeño orificio para que el chorro del agua horizontal saliente llegue al suelo a la distancia máxima de la base del recipiente?

Por lo visto en el ejercicio 12, $x_{\text{máx}} = 2\sqrt{h(H-h)}$

El máximo h lo obtengo optimizando $f(h) = 2\sqrt{h(H-h)} \rightarrow$ la derivada es igual a 0

$$f(h) = 2(Hh - h^2)^{1/2} \rightarrow f'(h) = 2 \cdot \frac{1}{2} (Hh - h^2)^{-1/2} \cdot (H - 2h) = \frac{H - 2h}{\sqrt{Hh - h^2}} = 0$$

es 0 cuando el numerador es 0

$$\rightarrow H - 2h = 0 \rightarrow H = 2h \rightarrow \boxed{h = \frac{H}{2}}$$

b) ¿Cuál es esa distancia?

$$x_{\text{máx}} = 2\sqrt{h(H-h)} = 2\sqrt{\frac{H}{2} \left(H - \frac{H}{2}\right)} = 2\sqrt{\frac{H}{2} \cdot \frac{H}{2}} = 2\sqrt{\frac{H^2}{4}} = H$$

$$\boxed{x_{\text{máx}} = H}$$